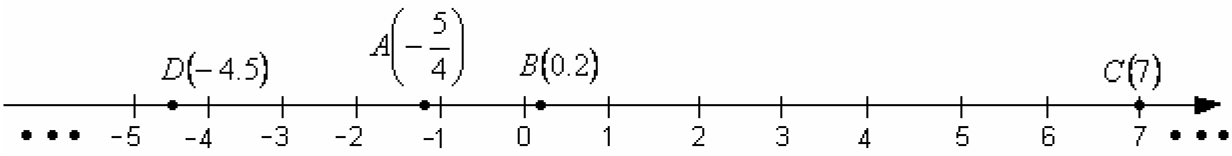
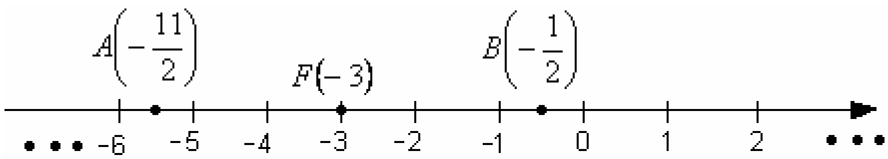
SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS DEL CAPÍTULO IV

4.1. LOCALIZACIÓN DE PUNTOS EN LA RECTA NUMÉRICA

1)



2)



3)

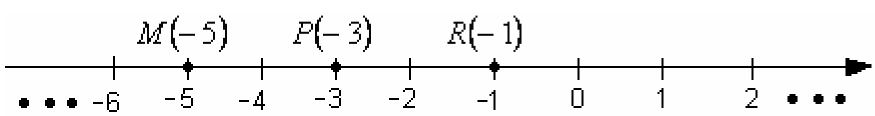
a) Si $x < 0$, A está a la derecha de B.
Si $x = 0$, A y B coinciden.
Si $x > 0$, B está a la derecha de A.

b) B siempre estará a la derecha de A para cualquier valor de "c".

c) Si $x < 0$, B siempre estará a la derecha de A.
Si $x = 0,1$; A y B coinciden.
Si x toma valores entre cero y uno $(0 < x < 1)$, A siempre estará a la derecha de B.
Si x toma valores mayores que uno $(x > 1)$, B siempre estará a la derecha de A.

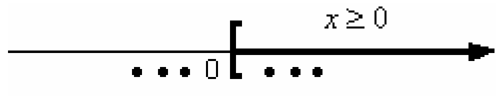
d) Si x y a son negativos y diferentes $(x, a < 0, x \neq a)$, B siempre estará a la derecha de A.
Si $x = a = 0$, A y B coinciden.
Si x y a son positivos y diferentes $(x, a > 0, x \neq a)$, A siempre estará a la derecha de B.
Si x es negativo y a positivo $(x < 0, a > 0)$, A siempre estará a la derecha de B.
Si x es positivo y a negativo $(x > 0, a < 0)$, B siempre estará a la derecha de A.

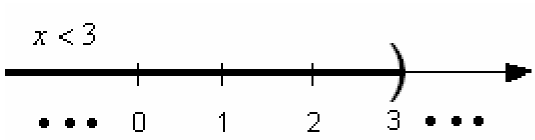
4)

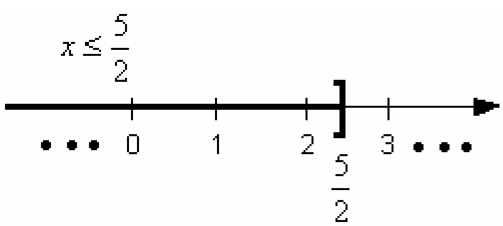


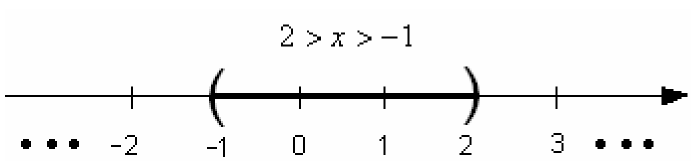
$$\frac{-5-1}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

5)

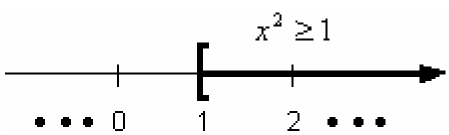
a) 

b) 

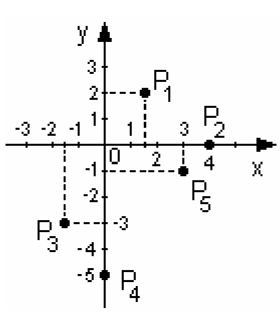
c) 

d) 

Nota: Se acostumbra poner a la izquierda siempre el menor número, o sea: $-1 < x < 2$

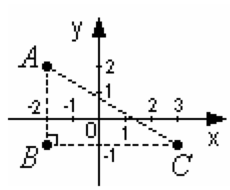
e) 

4.2. COORDENADAS CARTESIANAS Y POLARES EN EL PLANO

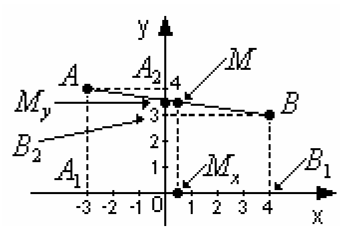
1) 

2) a) En el III o en el IV
b) $(0,y)$, $y \in \mathbb{R}$
c) Tercer cuadrante

3) Por ejemplo $A(-2,2)$, $B(-2,-1)$ y $C(3,-1)$



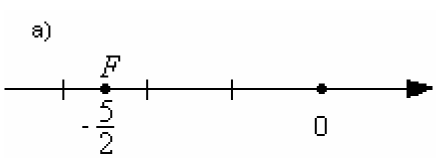
4)

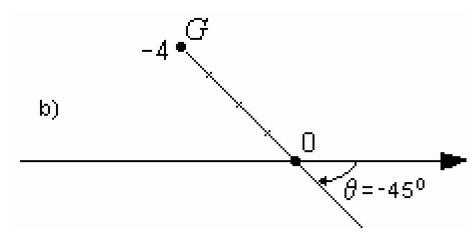


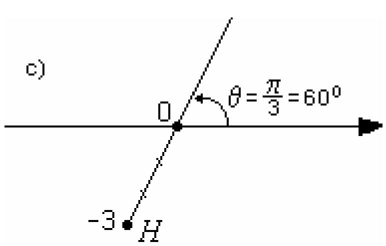
Los puntos medios de las proyecciones de los puntos A y B sobre los ejes coordenados son $M_x\left(\frac{1}{2}\right)$ y $M_y\left(\frac{7}{2}\right)$ por lo tanto $M\left(\frac{1}{2},\frac{7}{2}\right)$

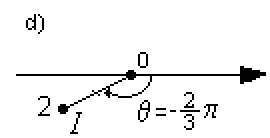
5) a) $I(+,+)$, $III(-,-)$
b) Cero o sea $(0,y)$ con $y \in \mathbb{R}$

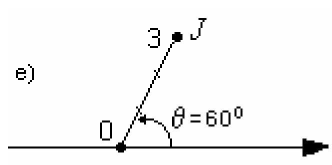
6)





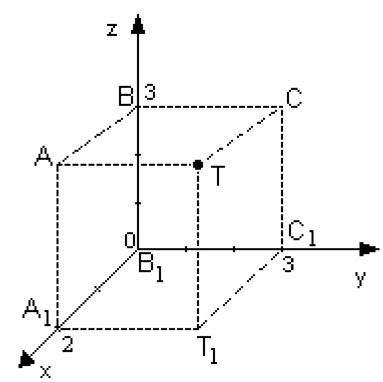






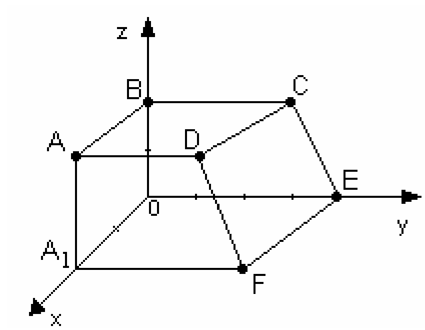
4.3. COORDENADAS CARTESIANAS EN EL ESPACIO TRIDIMENSIONAL

1)

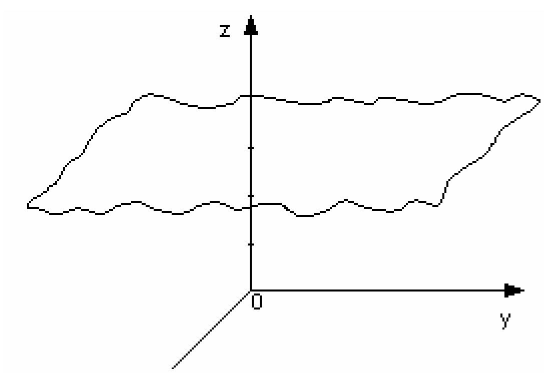


2) $A(2,0,3)$, $B(0,0,3)$, $C(0,3,3)$, $T(2,3,3)$, $A_1(2,0,0)$, $B_1(0,0,0)$, $T_1(2,3,0)$, $C_1(0,3,0)$

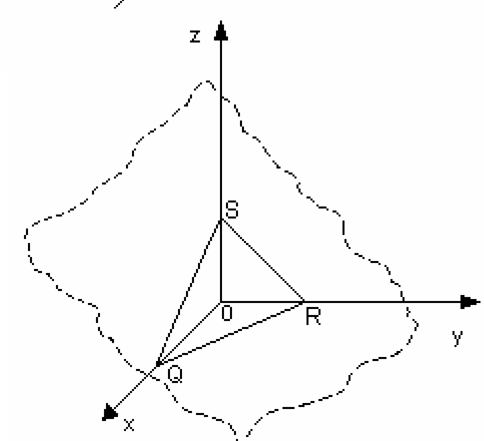
3)



4)



5)



4.4. EN LA RECTA: SEGMENTO DIRIGIDO. DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS. COORDENADAS DEL PUNTO QUE DIVIDE AL SEGMENTO EN UNA RAZÓN DADA.

1) $\overline{AB} = x_B - x_A = -\frac{5}{2} - 4 = -\frac{5}{2} - \frac{8}{2} = -\frac{13}{2}$

$\overline{BA} = x_A - x_B = 4 - \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{8}{2} + \frac{5}{2} = \frac{13}{2}$

2) $\overline{AB} = x_B - x_A = 8 - 2.5 = 5.5$

$\overline{BA} = x_A - x_B = 2.5 - 8 = -5.5$

3) $\overline{AB} = x_B - x_A = -1 - \left(-\frac{16}{3}\right) = -1 + \frac{16}{3} = -\frac{3}{3} + \frac{16}{3} = \frac{13}{3}$

$\overline{BA} = x_A - x_B = -\frac{16}{3} - (-1) = -\frac{16}{3} + 1 = -\frac{16}{3} + \frac{3}{3} = -\frac{13}{3}$

4) $\overline{AB} = x_B - x_A = 5 - 0 = 5$

$\overline{BA} = x_A - x_B = 0 - 5 = -5$

5) $\overline{AB} = x_B - x_A = -2 - 5 = -7$

$\overline{BA} = x_A - x_B = 5 - (-2) = 5 + 2 = 7$

6) $d(TN) = |x_N - x_T| = |-2 - 7| = |-9| = 9$

7) $d(TN) = |x_N - x_T| = \left|3 - \left(-\frac{3}{4}\right)\right| = \left|3 + \frac{3}{4}\right| = \left|\frac{12}{4} + \frac{3}{4}\right| = \left|\frac{15}{4}\right| = \frac{15}{4}$

8) $d(TN) = |x_N - x_T| = |0 - (-5)| = |5| = 5$

9) $d(TN) = |x_N - x_T| = |8 - 3.5| = |4.5| = 4.5$

10) $d(TN) = |x_N - x_T| = |4 - (-2)| = |4 + 2| = |6| = 6$

11) $\frac{rx_B + x_A}{1 + r} = \frac{(1)(-2) + 3}{1 + 1} = \frac{-2 + 3}{2} = \frac{1}{2}$

12) $\frac{rx_B + x_A}{1 + r} = \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)(7) + 2}{1 + \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{-\frac{7}{3} + \frac{6}{3}}{\frac{3}{3} - \frac{1}{3}} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = -\frac{1}{2}$

13) $\frac{rx_B + x_A}{1+r} = \frac{(-2)(2)+(-5)}{1+(-2)} = \frac{-4-5}{1-2} = \frac{-9}{-1} = 9$

14) $r = \frac{x_C - x_A}{x_B - x_C} = \frac{4-\left(-\frac{3}{2}\right)}{2.5-4} = \frac{\frac{8}{2}+\frac{3}{2}}{-1.5} = \frac{\frac{11}{2}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{11}{3}$

15) $r = \frac{x_C - x_A}{x_B - x_C} = \frac{-5-(-2)}{-4-(-5)} = \frac{-5+2}{-4+5} = \frac{-3}{1} = -3$

4.5. EN EL PLANO: DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS. COORDENADAS DE UN PUNTO QUE DIVIDE UN SEGMENTO EN UNA RAZÓN DADA.

1) $d(AB) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{[0-(-3)]^2 + (0-5)^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34} \approx 5.83$

2) $d(AC) = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{[1-(-4)]^2 + [4-(-3)]^2} = \sqrt{25+49} = \sqrt{74} \approx 8.60$

$d(BD) = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{[4-(-2)]^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{36+25} = \sqrt{61} \approx 7.81$

3) $d(AB) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{[2-(-2)]^2 + [2-(-1)]^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

$d(BC) = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(5-2)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

$d(AC) = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-2-5)^2 + [-1-(-2)]^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$

Sabemos que si un triángulo tiene dos lados de igual magnitud y el otro lado diferente magnitud, entonces se trata de un triángulo isósceles como en este caso.

4) $d(AB) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(3-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} \approx 4.47$

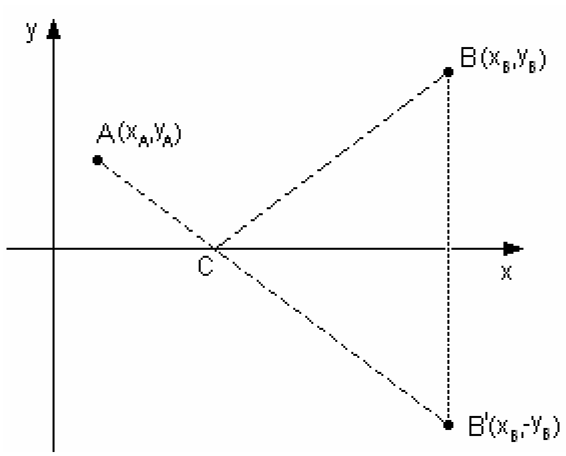
$d(DC) = \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2} = \sqrt{(11-9)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} \approx 4.47$

$d(BC) = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(11-3)^2 + (6-5)^2} = \sqrt{64+1} = \sqrt{65} \approx 8.06$

$d(AD) = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{(9-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{64+1} = \sqrt{65} \approx 8.06$

Sabemos que un cuadrilátero es un paralelogramo si sus lados paralelos son de igual magnitud como se demuestra en este caso.

5) Trazando el simétrico del punto B respecto al eje x (B') y uniendo el punto A con B', se cumple que la distancia más corta entre dos puntos es la recta que los une ya que las distancias $CB = CB'$, por lo tanto la solución de este problema es la distancia $AB' = AC + CB$.



$$d(AB') = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (-y_B - y_A)^2}$$

6) Como es positivo "$r = \frac{3}{5}$" el punto $W(x_W, y_W)$ es interno, por lo tanto:

$$\left.\begin{aligned} x_W &= \frac{rx_M + x_L}{1+r} = \frac{\left(\frac{3}{5}\right)(5) + (-4)}{1+\frac{3}{5}} = \frac{3-4}{\frac{8}{5}} = -\frac{5}{8} \\ y_W &= \frac{ry_M + y_L}{1+r} = \frac{\left(\frac{3}{5}\right)(-1) + (-2)}{1+\frac{3}{5}} = \frac{-\frac{3}{5} - \frac{10}{5}}{\frac{8}{5}} = -\frac{13}{8} \end{aligned}\right\} W\left(-\frac{5}{8}, -\frac{13}{8}\right)$$

7)
$$\left.\begin{aligned} r &= \frac{\overline{QP}}{\overline{P_1R}} = \frac{x_P - x_Q}{x_R - x_P} = \frac{0-3}{-6-0} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2} \\ r &= \frac{y_P - y_Q}{y_R - y_P} = \frac{4-6}{0-4} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} \end{aligned}\right\} r = \frac{1}{2}$$

8)

$$\left.\begin{aligned} x_G &= \frac{rx_B + x_A}{1+r} = \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)(3)+(-1)}{1-\frac{1}{3}} = \frac{-2}{\frac{2}{3}} = -\frac{6}{2} = -3 \\ y_G &= \frac{ry_B + y_A}{1+r} = \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)(-2)+4}{1-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3}+\frac{12}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{14}{2} = 7 \end{aligned}\right\} G(-3,7)$$

9) $x_M = \frac{x_C + x_D}{2} = \frac{-3+5}{2} = 1$; $y_M = \frac{y_C + y_D}{2} = \frac{4-2}{2} = 1$; $M(1,1)$

10) Las razones son las siguientes:

$\frac{P_1A}{AP_2} = \frac{1}{3}$; $\frac{P_1B}{BP_2} = 1$; $\frac{P_1C}{CP_2} = 3$

$$\left.\begin{aligned} x_A &= \frac{rx_{P_2} + x_{P_1}}{1+r} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)(6)+(-2)}{1+\frac{1}{3}} = \frac{2-2}{\frac{4}{3}} = 0 \\ y_A &= \frac{ry_{P_2} + y_{P_1}}{1+r} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)(-1)+(3)}{1+\frac{1}{3}} = \frac{-\frac{1}{3}+\frac{9}{3}}{\frac{4}{3}} = 2 \end{aligned}\right\} A(0,2)$$

$$\left.\begin{aligned} x_B &= \frac{rx_{P_2} + x_{P_1}}{1+r} = \frac{(1)(6)+(-2)}{1+1} = \frac{6-2}{2} = 2 \\ y_B &= \frac{ry_{P_2} + y_{P_1}}{1+r} = \frac{(1)(-1)+3}{1+1} = \frac{-1+3}{2} = 1 \end{aligned}\right\} B(2,1)$$

$$\left.\begin{aligned} x_C &= \frac{rx_{P_2} + x_{P_1}}{1+r} = \frac{(3)(6)+(-2)}{1+3} = \frac{18-2}{4} = 4 \\ y_C &= \frac{ry_{P_2} + y_{P_1}}{1+r} = \frac{(3)(-1)+3}{1+3} = \frac{-3+3}{4} = 0 \end{aligned}\right\} C(4,0)$$

4.6. EN EL ESPACIO: DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS. COORDENADAS DEL PUNTO QUE DIVIDE A UN SEGMENTO EN UNA RAZÓN DADA.

1) $d(OP_1)=\sqrt{(-2)^2+(4)^2+(-4)^2}=\sqrt{36}=6$

$d(OP_2)=\sqrt{(-5)^2+(10)^2+(3)^2}=\sqrt{134}\approx 11.58$

$d(OP_3)=\sqrt{(11)^2+(-4)^2+(3)^2}=\sqrt{146}\approx 12.08$

2) Sobre el eje de las ordenadas cualquier punto es de la forma $P(0,y,0)$ y equidistar significa que esté a la misma distancia de P_1 y P_2 por lo tanto: $d(PP_1)=d(PP_2)$

$$\sqrt{(x_1-x_P)^2+(y_1-y_P)^2+(z_1-z_P)^2}=\sqrt{(x_2-x_P)^2+(y_2-y_P)^2+(z_2-z_P)^2}$$

$$\sqrt{(7-0)^2+(-3-y)^2+(1-0)^2}=\sqrt{(-5-0)^2+(7-y)^2+(5-0)^2}$$

$$(7-0)^2+(-3-y)^2+(1-0)^2=(-5-0)^2+(7-y)^2+(5-0)^2$$
$$49+9+6y+y^2+1=25+49-14y+y^2+25$$
$$\cancel{y}^2+6y+59=\cancel{y}^2-14y+99$$
$$6y+14y=99-59$$
$$20y=40 \quad ; \quad y=2$$

El punto es: $P(0,2,0)$

3) $d(AB)=\sqrt{(2+1)^2+(-6-2)^2+(3-4)^2}=\sqrt{9+64+1}=\sqrt{74}\approx 8.60$

$d(BC)=\sqrt{(0-2)^2+(5+6)^2+(2-3)^2}=\sqrt{4+121+1}=\sqrt{126}\approx 11.22$

$d(AC)=\sqrt{(0+1)^2+(5-2)^2+(2-4)^2}=\sqrt{1+9+4}=\sqrt{14}\approx 3.74$

4) Calculamos la magnitud de cada lado:

$d(AB)=\sqrt{(-5-3)^2+(3+4)^2+(-2-7)^2}=\sqrt{64+49+81}=\sqrt{194}\approx 13.93$

$d(BC)=\sqrt{(1+5)^2+(2-3)^2+(-3+2)^2}=\sqrt{36+1+1}=\sqrt{38}\approx 6.16$

$d(AC)=\sqrt{(1-3)^2+(2+4)^2+(-3-7)^2}=\sqrt{4+36+100}=\sqrt{140}\approx 11.83$

Como sus tres lados son de diferente magnitud, con el Teorema de Pitágoras verificamos si es triángulo rectángulo:

$$(AC)^2 + (BC)^2 = (AB)^2$$

$140 + 38 \neq 194$; luego no es triángulo rectángulo y sólo es triángulo <u>escaleno</u>.

5) Como el centro de gravedad $G(-1,1,5)$ coincide con el punto medio de la longitud de la varilla, tenemos que:

$$\frac{x_A + x_B}{2} = -1 \ ; \ \frac{y_A + y_B}{2} = 1 \ ; \ \frac{z_A + z_B}{2} = 5$$

$$\frac{x_A - 1}{2} = -1 \ ; \ \frac{y_A - 2}{2} = 1 \ ; \ \frac{z_A + 7}{2} = 5$$

$$x_A = -2 + 1 \ ; \ y_A = 2 + 2 \ ; \ z_A = 10 - 7$$

$$x_A = -1 \ ; \ y_A = 4 \ ; \ z_A = 3$$

Las coordenadas del otro extremo son: $A(-1,4,3)$

6) $x = \frac{rx_2 + x_1}{1 + r} = \frac{(-1)(-1) + 1}{1 - 1} = \frac{2}{0}$ está indeterminado ya que no es posible dividir entre cero.

Por lo tanto este problema no tiene solución.

7) Recordemos que si $r = 1$, se trata del punto medio del segmento:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{4 - 4}{2} = \frac{0}{2} = 0 \ ; \ y = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{-2 + 12}{2} = \frac{10}{2} = 5 \ ; \ y = \frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{-4 + 6}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$P(0,5,1)$$

8) $x = \frac{rx_2 + x_1}{1 + r} = \frac{(3)(10) + 10}{1 + 3} = \frac{40}{4} = 10$; $y = \frac{ry_2 + y_1}{1 + r} = \frac{(3)(15) + (-4)}{1 + 3} = \frac{41}{4} = 10.25$

$z = \frac{rz_2 + z_1}{1 + r} = \frac{(3)(16) + 3}{1 + 3} = \frac{51}{4} = 12.75$; $P\left(10, \frac{41}{4}, \frac{51}{4}\right)$

9) $x=\dfrac{\left(-\dfrac{1}{4}\right)(4)+1}{1-\dfrac{1}{4}}=\dfrac{-1+1}{\dfrac{3}{4}}=\dfrac{0}{\dfrac{3}{4}}=0$; $y=\dfrac{\left(-\dfrac{1}{4}\right)(-1)+(-3)}{1-\dfrac{1}{4}}=\dfrac{\dfrac{1}{4}-\dfrac{12}{4}}{\dfrac{3}{4}}=-\dfrac{11}{3}$

$z=\dfrac{\left(-\dfrac{1}{4}\right)(1)+8}{1-\dfrac{1}{4}}=\dfrac{-\dfrac{1}{4}+\dfrac{32}{4}}{\dfrac{3}{4}}=\dfrac{31}{3}$; $P\left(0,-\dfrac{11}{3},\dfrac{31}{3}\right)$

10) $x=\dfrac{(-3)(-2)+3}{1-3}=\dfrac{6+3}{-2}=-\dfrac{9}{2}$; $y=\dfrac{-(3)(1)+(-2)}{1-3}=\dfrac{-5}{-2}=\dfrac{5}{2}$

$z=\dfrac{(-3)(-3)+5}{1-3}=\dfrac{9+5}{-2}=-\dfrac{14}{2}=-7$; $P\left(-\dfrac{9}{2},\dfrac{5}{2},-7\right)$

4.7. CLASIFICACIÓN DE LOS POLÍGONOS POR SUS LADOS Y POR SUS ÁNGULOS

1) $2340^0=180^0(n-2)$; despejando $n=\dfrac{2340^0}{180^0}+2=15$ lados, se trata de un pentedecágono.

2) $Sai=180^0(8-2)=1080^0$; cada ángulo interno mide $\dfrac{1080^0}{8}=135^0$

3) $\dfrac{180^0(n-2)}{n}=156^0$; $180^0n-360^0=156^0n$; $180^0n-156^0n=360^0$; $24^0n=360^0$

$n=\dfrac{360^0}{24^0}=15$ lados, es un pentedecágono.

4) $Sai=180^0(12-2)=1800^0$; cada ángulo interno mide $\dfrac{1800^0}{12}=150^0$, cada ángulo externo mide $180^0-150^0=30^0$.

5) Su ángulo externo mide $180^0-156^0=24^0$.

4.8. SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

1) Como $\frac{LK}{L'K'} = \frac{KJ}{K'J'} = \frac{LJ}{L'J'}$; $\frac{LK}{3} = \frac{KJ}{7} = \frac{8}{4} = 2$

$\frac{LK}{3} = 2$; $LK = 6$; $\frac{KJ}{7} = 2$; $KJ = 14$

2) $\Delta ABC \sim \Delta ADE$; $\frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD}$; $\frac{3}{DE} = \frac{12}{7}$; $DE = \frac{(3)(7)}{12} = \frac{21}{12} = 1.75$

$\frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$; $\frac{3}{1.75} = \frac{12.4}{AE}$; $AE = \frac{(12.4)(1.75)}{3} = 7.23$

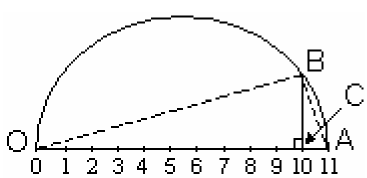
3) $\Delta ABC \sim \Delta DEC$; $\frac{ED}{AB} = \frac{CE}{BC}$; $\frac{15}{a} = \frac{8}{5}$; $a = \frac{(15)(5)}{8} = 9.4\ [m]$

4) Si $\Delta KSL \sim \Delta SMK$; $\frac{SL}{SK} = \frac{SK}{MS}$; $\frac{x}{9} = \frac{9}{x-2}$; $x(x-2) = (9)(9)$; $x^2 - 2x - 81 = 0$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+324}}{2}$; $x_1 = 10$ y $x_2 = -8$

el negativo (-8) se descarta, solo interesa el positivo $x_1 = 10$

5)



La longitud de BC es $\sqrt{10}$

4.9. PENDIENTE DE UNA RECTA. CONDICIONES DE PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD

1) $m_{AB} = \frac{-2+4}{-3+0} = \frac{2}{-3}$; $\alpha = 180^0 - \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = 146.31^0$

$m_{BC} = \frac{5+2}{0+3} = \frac{7}{3}$; $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{7}{3}\right) = 66.80^0$

$m_{CD} = \frac{3-5}{5-0} = \frac{-2}{5}$; $\alpha = 180^0 - \tan^{-1}\left(\frac{2}{5}\right) = 158.20^0$

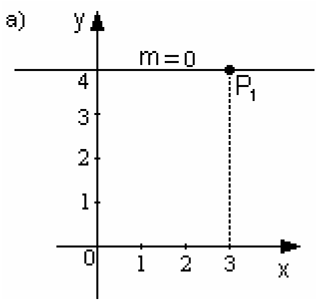
$m_{DE} = \frac{3+3}{5-4} = \frac{6}{1} = 6$; $\alpha = \tan^{-1}(6) = 80.54^0$

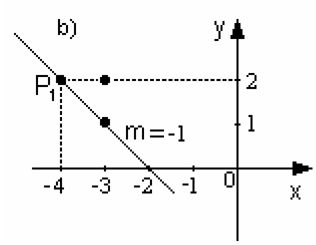
$m_{AE} = \frac{-3+4}{4-0} = \frac{1}{4}$; $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = 14.04^0$

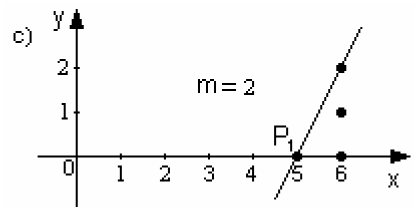
2) suponiendo que si son paralelas L_1 y L_2, sus ángulos de inclinación $\alpha_1 = \alpha_2$ y por lo tanto sus tangentes son iguales o sea que $\tan\alpha_1 = \tan\alpha_2$ y como $\tan\alpha_1 = m_1$ y $\tan\alpha_2 = m_2$ por lo tanto $m_1 = m_2$.

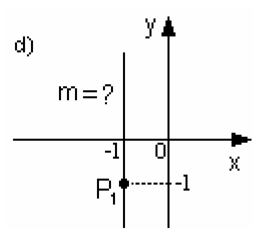
3) $m_{AB} = \dfrac{2-1}{1-4} = \dfrac{1}{-3}$; $m_{AC} = \dfrac{3-1}{-2-4} = \dfrac{2}{-6} = -\dfrac{1}{3}$ son colineales.

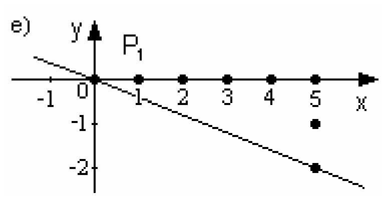
4)











5) $m_{13} = \dfrac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} = \dfrac{2+3}{4+1} = \dfrac{5}{5} = 1$

$$m_{24} = \frac{y_4 - y_2}{x_4 - x_2} = \frac{2+3}{-1-4} = \frac{5}{-5} = -1$$

Si son perpendiculares entre sí.

4.10. ÁNGULO ENTRE DOS RECTAS

1) $\tan\theta_1 = \dfrac{4-\frac{1}{3}}{1+(4)\left(\frac{1}{3}\right)} = \dfrac{\frac{12-1}{3}}{\frac{3+4}{3}} = \dfrac{11}{7}$; $\theta_1 = \tan^{-1}\left(\dfrac{11}{7}\right) = 57.53^0$; $\theta_2 = 180^0 - 57.53^0 = 122.47^0$

2) Si $\tan\theta = \dfrac{m_{TF} - m_{IF}}{1 + m_{TF} m_{IF}}$; m_{TF} = pendiente de la recta donde termina la flecha.

m_{IF} = pendiente de la recta donde inicia la flecha.

$$\tan 35^0 = \frac{m_{TF} - \frac{3}{2}}{1 + m_{TF}\left(\frac{3}{2}\right)}$$; despejando m_{TF} , $m_{TF} = -44$

3) Tenemos que $\tan\theta_1 = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}$; con $m_2 m_1 \neq -1$

Si las rectas L_1 y L_2 son paralelas, sus pendientes son iguales o sea que $m_2 = m_1$, entonces el numerador de la fórmula es cero y por lo tanto la $\tan\theta_1 = 0$, luego $0 = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}$; $0 = m_2 - m_1$ y $m_2 = m_1$, luego son paralelas L_1 y L_2 .

4) $m_{AB} = \frac{1}{9}$; $m_{BC} = -\frac{3}{7}$; $m_{AC} = 2$

$\tan\alpha = \frac{17}{11}$; $\tan\beta = \frac{17}{30}$; $\tan\gamma = -17$

β es el menor y mide: $\beta = 29.68^0$

5) $m_{AB} = \frac{4}{7}$; $m_{CD} = \frac{y-3}{-1}$; $\tan 40^0 = \dfrac{\frac{y-3}{-1} - \frac{4}{7}}{1 + \left(\frac{y-3}{-1}\right)\left(\frac{4}{7}\right)}$

$$0.84 = \frac{-7y + 17}{-4y + 19} \;;\; y \doteq 0.3$$

4.11. CÁLCULO DEL ÁREA DE UN POLÍGONO

1) $A = \frac{1}{2}(20) = 10[u^2]$

2) $A = \frac{1}{2}(65) = 32.50[u^2]$

3) $A = 0$; P_1, P_2, P_3 y P_4 si son colineales.

4) $A = \frac{1}{2}(240) = 120[m^2]$

5) $A = 51[u^2]$